

# การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์สองมิติของเสาเข็มรับแรงดันด้านข้างในดินเหนียว

## 2D Finite Element Analysis of Laterally Loaded Pile in Clay

สุรภาพ แก้วสวัสดิ์วงศ์\* และ บุญชัย อุกฤษฏ์ชน<sup>2</sup>

Suraparb Keawsawasvong\* and Boonchai Ukritchon

<sup>1</sup>นิสิตปริญญาโทและผู้ช่วยสอนประจำภาควิชาวิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<sup>2</sup>รองศาสตราจารย์ ประจำภาควิชาวิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เสนอการศึกษาเชิงตัวเลขของแรงวิบัติของเสาเข็มรับแรงดันด้านข้างในดินเหนียว การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์สองมิติแบบความเครียดบนระนาบถูกนำมาใช้ในการคำนวณเสาเข็มรับแรงดันด้านข้างโดยพิจารณาออกเป็นสองหน้าตัด คือ หน้าตัดแนวตั้ง และหน้าตัดแนวราบ การจำลองหน้าตัดแนวตั้งแสดงการประมาณของกำแพงฝังในดินซึ่งรับแรงดันด้านข้างและโมเมนต์ที่จุดบนสุด การจำลองหน้าตัดแนวราบแสดงการประมาณของเสาเข็มรูปวงกลมหรือท่อรับแรงดันด้านข้างที่จุดศูนย์กลาง สำหรับการวิเคราะห์ทั้งสองหน้าตัด กำแพงหรือเสาเข็มถูกจำลองด้วยวัสดุแบบอีลาสติกและไม่เกิดการวิบัติขึ้นในโครงสร้าง แต่ดินเหนียวถูกจำลองด้วยวัสดุแบบมอร์-คูลอมบ์ในสภาพไม่ระบายน้ำ ชั้นส่วนเชื่อมต่อกันระหว่างดินและโครงสร้างถูกใช้ที่ผิวสัมผัสระหว่างดินเหนียวและเสาเข็มของทั้งสองหน้าตัด นอกจากนี้ ชั้นส่วนเชื่อมต่อกันระหว่างดินและโครงสร้างถูกจำลองเป็นสองแบบคือ การเชื่อมต่อแบบแรงดึงสมบูรณ์ และการเชื่อมต่อแบบไม่มีแรงดึง กรณีแรกจำลองสภาพไม่เกิดการแยกตัวระหว่างดินและโครงสร้าง แต่กรณีสองจำลองสภาพการแยกตัวระหว่างดินและโครงสร้าง ผลเฉลยแรงวิบัติของเสาเข็มรับแรงดันด้านข้างถูกนำเสนอในรูปของตัวแปรไร้มิติ และเปรียบเทียบผลของงานวิจัยนี้และผลการศึกษาในอดีต สำหรับกรณีหน้าตัดแนวตั้ง เส้นขอบเขตการวิบัติระหว่างแรงดันด้านข้างและโมเมนต์ของเสาเข็มรับแรงดันด้านข้างถูกนำเสนอในงานวิจัยชิ้นนี้เช่นกัน

คำสำคัญ : ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ระบายความเครียด ไฟไนต์เอลิเมนต์ เสาเข็ม

### Abstract

This research presents the numerical study of limit load of laterally loaded pile in cohesive soils. Two dimensional plane strain finite element analyses are employed to analyze lateral loaded pile by considering two sections of the problem, namely the vertical section and the horizontal section. Modeling of vertical section gives rise to the approximation of embedded wall loaded laterally with horizontal force and moment at its top. Modeling of horizontal section gives rise to the approximation of circular pile or pipe loaded laterally at its center. For both sections of analyses, the wall or pile are modeled as elastic material without considering of failure, but the clay is modeled as the Mohr-Coulomb material with an undrained condition. Soil-structure interface elements are added at contacted surfaces between clay and pile for both sections. In addition, soil-

structure interfaces are modeled as two cases, including the full tension case and the no-tension case. The former models no separation between the clay and the pile, but the latter allows separation to happen at all soil-structure interfaces. Limit load solutions of laterally loaded pile are presented in terms of normalized parameters. Comparisons are also made between the present studies with past available solutions. For the cases of vertical section, the failure envelope of combined lateral load and moment of lateral pile is also presented in this paper.

Keywords : Numerical analysis, Plane strain, Finite element, Pile

## 1. บทนำ

ในการออกแบบเสาเข็มของโครงสร้างที่มีความซับซ้อน เช่น การออกแบบโครงสร้างไกลชายฝั่งทะเลหรือโครงสร้างขนาดใหญ่เช่นสะพานหรืออาคารสูง เสาเข็มของโครงสร้างต่างๆเหล่านี้ ไม่สามารถพิจารณาให้มีแค่แรงในแนวตั้งกระทำต่อเสาเข็มเพียงอย่างเดียว แต่ควรพิจารณารวมไปถึงแรงดันด้านข้างและโมเมนต์ด้วย เพื่อให้ค่าที่ได้จากการคำนวณมีค่าใกล้เคียงสภาพความเป็นจริงที่สุด เพราะในสภาพความเป็นจริงแรงที่กระทำต่อโครงสร้างอาจมีทั้งแรงจากคลื่น แรงจากลม หรืออาจจะรวมไปถึงแรงที่เกิดจากแผ่นดินไหว ซึ่งอาจจะทำให้เกิดแรงดันด้านข้างและโมเมนต์ขึ้นกับเสาเข็มที่รองรับโครงสร้างเหล่านี้

งานวิจัยนี้นำเสนอเกี่ยวกับแรงวิบัติของเสาเข็มรับแรงดันด้านข้างในดินเหนียวโดยมีผลการวิเคราะห์เป็นกราฟของตัวแปรไร้มิติ ที่เป็นความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันด้านข้างวิบัติ, ขนาดของเสาเข็ม, กำลังรับแรงเฉือนและหน่วยน้ำหนักของดินเหนียว รวมไปถึงกราฟขอบเขตการวิบัติ (Failure Envelope) ระหว่างแรงในแนวราบและโมเมนต์ โดยใช้วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ 2 มิติด้วยโปรแกรม Plaxis 2D

## 2. การประมาณแรงวิบัติของเสาเข็มรับแรงดันด้านข้าง

การประมาณแรงวิบัติของเสาเข็มรับแรงดันด้านข้างมีด้วยกันหลายวิธี ดังนี้

### 2.1 Limit Equilibrium Method

เป็นผลเฉลยแรกของเสาเข็มรับแรงดันด้านข้างโดยสมมุติฐานลักษณะการวิบัติของเสาเข็มและใช้สมมูล

ของแรงและโมเมนต์ในการหาแรงดันด้านข้างสูงสุด เช่นงานวิจัยของ Blum (1932) [1] และ Broms (1964-1965) [2], [3] วิธีของ Blum(1932) [1] ใช้ได้เฉพาะเสาเข็มในดินทราย ส่วนวิธีของ Broms (1964-1965) [2], [3] ง่ายต่อการคำนวณมากกว่า สามารถใช้ได้ทั้งดินเหนียวและดินทราย เสาเข็มมีทั้งเสาเข็มสั้นและเสาเข็มยาว ที่หัวของเสาเข็มมีทั้งยึดรั้งและไม่ยึดรั้ง ทำให้วิธีของ Broms (1964-1965) [2], [3] หลากหลายและเป็นที่นิยมในการหาแรงวิบัติของเสาเข็มมากกว่าวิธีอื่นๆ

### 2.2 P-Y Curves

จำลองเสาเข็มเป็นคานาในดินที่มีลักษณะเป็นสปริงแบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น แรงดันดินเป็นฟังก์ชันของสปริงแบบไม่เชิงเส้นและการเคลื่อนตัวของเสาเข็ม เช่นงานวิจัยของ Padmavathi et al. (2008) [4], Zhang (2011) [5] และ Huang (2011) [6] ซึ่งงานวิจัยทั้งหมดเป็นเสาเข็มในดินเหนียวแบบไม่ยึดรั้งที่หัวเสาเข็ม ผลของงานวิจัยทั้งสามคือสมการ P-Y Curve แบบใหม่ที่เป็นฟังก์ชันของตัวแปรต่างๆตามสมมุติฐานของแต่ละงานวิจัย

### 2.3 Plastic Limit Analysis

วิธีนี้มีพื้นฐานจาก Plastic Limit Theorems เพื่อหาผลเฉลยแบบจำกัดขอบเขตของแรงวิบัติที่ถูกต้อง (Exact Failure Load) ให้อยู่ในช่วงของขอบเขตบน (Upper Bound) และขอบเขตล่าง (Lower Bound) ค่าแรงวิบัติที่ถูกต้องคือ ค่าขอบเขตล่างเท่ากับค่าขอบเขตบน อย่างไรก็ตาม วิธีนี้ค่อนข้างยากสำหรับการประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ซับซ้อน สำหรับหน้าตัด

แนวราบมีงานวิจัยของ Randolph and Houlsby (1984) [7] และ Martin and Randolph (2006) [8] โดย Randolph and Houlsby (1984) [7] ได้หาขอบเขตล่างและบนของแรงวิบัติด้านข้างของเสาเข็ม แต่ช่วงของผลเฉลยระหว่างขอบบนและขอบล่างยังกว้างอยู่ ต่อมา Martin and Randolph (2006) [8] ได้พัฒนาขอบเขตบนใหม่ทำให้ช่วงของค่าตอบแคบลง สำหรับหน้าตัดแนวตั้งมีงานวิจัยของ Ukritchon (1998) [9] ซึ่งใช้วิธี Finite Element Limit Analysis ในการหาขอบเขตแรงวิบัติของเสาเข็มทั้งขอบบนและขอบล่าง ซึ่งพิจารณาการวิบัติขึ้นในเสาเข็มด้วย ผิวสัมผัสระหว่างเสาเข็มและดินเป็นแบบหยาบ (Rough) และลื่น (Smooth) ที่หัวของเสาเข็มมีทั้งแรงกระทำในแนวราบและโมเมนต์

#### 2.4 Finite Element Method

วิธีนี้จะแบ่งรูปร่างของเสาเข็มและดินออกเป็นชิ้นส่วนย่อยๆ (Element) ที่ต่อเนื่องกัน โดยแต่ละชิ้นส่วนถูกกำหนดด้วยจุดต่อ (Node) จากนั้นสร้างความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเคลื่อนตัวของแต่ละชิ้นส่วน รวมสมการย่อยของแต่ละชิ้นส่วนเป็นสมการหลัก กำหนดขอบเขตของปัญหาและแก้สมการหาผลเฉลย ตัวอย่างงานวิจัย เช่น Chaudhry (1994) [10] ซึ่งจำลองเสาเข็มเป็นแบบหน้าตัดแนวราบในดินเหนียว ผลของงานวิจัยเป็นการเปรียบเทียบระหว่างแรงกระทำและการเคลื่อนที่ของเสาเข็ม

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีความแม่นยำและน่าเชื่อถือกว่าวิธีอื่นๆ และยังสามารถจำลองปัญหาต่างๆที่มีความซับซ้อนมากกว่าปัญหาพื้นฐานทั่วไป นอกเหนือจากนี้ยังสามารถจำลองให้ชิ้นส่วนเชื่อมต่อของผิวสัมผัส (Interface) ระหว่างเสาเข็มกับดินเกิดการเชื่อมต่อแบบแรงดึงสมบูรณ์ (Full Tension) หรือการเชื่อมต่อแบบไม่มีแรงดึง (No Tension) ได้

### 3. วิธีการวิเคราะห์

งานวิจัยนี้ใช้วิธีจำลองแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ 2 มิติด้วยโปรแกรม Plaxis 2D โดย Brinkgreve et al. (2002, 2007) [11], [12] ในการจำลองจะแบ่งแบบจำลองเสาเข็มรับแรงด้านข้างโดยพิจารณาออกเป็นสองหน้าตัดคือ หน้าตัดแนวตั้ง และหน้าตัดแนวราบ การจำลองหน้าตัดแนวตั้งแสดงการประมาณของกำแพงฝังในดินซึ่งรับแรงในแนวราบและโมเมนต์ที่จุดบนสุด การจำลองหน้าตัดแนวราบแสดงการประมาณของเสาเข็มรูปวงกลมหรือท่อรับแรงด้านข้างที่จุดศูนย์กลาง ดังรูปที่ 1-2 และ 4-5

#### 3.1 แบบจำลองของดินเหนียว

การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์จำลองให้ดินเหนียวเป็นเอลิเมนต์แบบปริมาตร (Volume Element) คุณสมบัติมีค่าคงที่และเท่ากันทุกทิศทาง การวิบัติเป็นแบบมอร์-คูลอมบ์ อัตราส่วน โมดูลัสของยังต่อกำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำของดินเหนียว ( $E/s_u$ ) = 500 กำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำ ( $s_u$ ) มุมเสียดทานภายใน ( $\phi$ ) = 0 มุมขยายตัวเชิงปริมาตร ( $\psi$ ) = 0 อัตราส่วนของปัวซอง ( $\nu$ ) = 0.495 ซึ่งเป็นคุณสมบัติทางกลศาสตร์ของดินเหนียวแบบไม่ระบายน้ำหรือไม่มีการเปลี่ยนแปลงเชิงปริมาตร และดินเหนียวมีหน่วยน้ำหนัก ( $\gamma_s$ )

#### 3.2 แบบจำลองของเสาเข็ม

เสาเข็มเป็นคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งมีค่าอัตราส่วนของปัวซอง ( $\nu$ ) = 0.21, โมดูลัสของยัง ( $E$ ) =  $2.545 \times 10^7$  kPa เสาเข็มมีหน่วยน้ำหนัก ( $\gamma_c$ ) กำหนดให้เสาเข็มเป็นเอลิเมนต์แบบปริมาตร (Volume Element) และวัสดุแบบอิลาสติก เสาเข็มเป็นแบบแข็งเกร็ง (Rigid) และไม่เกิดการวิบัติที่เสาเข็ม อาจกล่าวได้ว่าเสาเข็มมีความแข็งแรงมากพอที่จะไม่เกิดการวิบัติใดๆ ก่อนที่ดินจะวิบัติ

### 3.3 ชิ้นส่วนเชื่อมต่อระหว่างเสาเข็มและดินเหนียว

งานวิจัยนี้กำหนดให้ชิ้นส่วนเชื่อมต่อ (Interface) ระหว่างเสาเข็มกับดินเหนียวเป็นแบบหยาบ (Rough) นั่นคือ  $c_i = c_{soil}$ ,  $\phi_i = \phi_{soil}$ ,  $\psi_i = \psi_{soil}$  โดยผิวสัมผัสระหว่างเสาเข็มกับดินแบ่งเป็น 2 กรณีคือ เกิดการเชื่อมต่อแบบแรงดึงสมบูรณ์ (Full Tension) หรือการเชื่อมต่อแบบไม่มีแรงดึง (No Tension) กรณีแรกจำลองสภาพไม่เกิดการแยกตัวระหว่างดินและเสาเข็ม ส่วนกรณีสองจำลองสภาพการแยกตัวระหว่างดินและเสาเข็ม สำหรับหน้าตัดในแนวตั้งกำหนดให้ผิวสัมผัสอยู่รอบๆ ด้านข้างทั้งสองข้างและด้านล่างของเสาเข็ม ส่วนหน้าตัดแนวราบกำหนดให้ผิวสัมผัสอยู่รอบๆ หน้าตัดของเสาเข็ม

### 3.4 เงื่อนไขการเคลื่อนตัวและหน่วยแรงที่ขอบเขต

เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองเสาเข็มรับแรงด้านข้างเป็นลักษณะทั่วไปของการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์ที่วิศวกรรมเทคนิคใช้กัน การจำลองหน้าตัดแนวตั้งกำหนดให้ขอบล่างของแบบจำลองไม่มีการเคลื่อนที่ทั้งแนวราบ (แกน x) และแนวตั้ง (แกน y) ขอบซ้ายและขอบขวาไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวราบ ส่วนการจำลองหน้าตัดแนวราบกำหนดให้ขอบบนและขอบล่างไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวตั้ง ขอบซ้ายและขอบขวาไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวราบ

### 3.5 โครงข่ายไฟไนต์อีลิเมนต์

แบบจำลองเป็นแบบระนาบความเครียด (Plane Strain) ชิ้นส่วนดินเป็นชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมแบบมี 15 จุดต่อ (Node) และหน่วยแรงภายในชิ้นส่วน 12 หน่วยแรง (Stress Points) การแบ่งโครงข่ายออกเป็นชิ้นส่วนย่อยใช้แบบละเอียดสูงสุด (Very Fine) ดังที่แสดงในรูปที่ 3 และ 6

### 3.6 ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรป้อนเข้าของการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์มีดังนี้

กำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำ ( $s_u$ ), หน่วยน้ำหนักของดิน ( $\gamma_s$ ), หน่วยน้ำหนักของคอนกรีต ( $\gamma_c$ ), เส้นผ่านศูนย์กลาง (D) และความยาว (L) ของเสาเข็ม โดยทั้งหมดมีตัวแปรไว้มิติดังนี้

1.  $\gamma_s L / s_u$  กำหนดให้อยู่ในช่วง 1 - 30
2.  $\gamma_c / \gamma_s$  กำหนดให้อยู่ในช่วง 1.2 - 1.6
3. L/D กำหนดให้อยู่ในช่วง 40 - 80

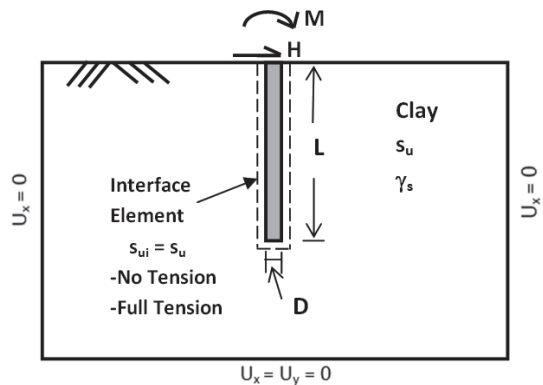
ผลเฉลยแบบตัวแปรไว้มิติที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์คือ

$P/s_u D$  สำหรับหน้าตัดแนวราบ

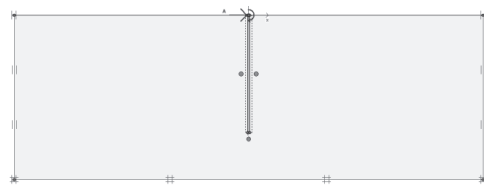
$H/s_u L$ ,  $M/s_u L^2$  สำหรับหน้าตัดแนวตั้ง

โดย P คือแรงแนวราบวิบัติของหน้าตัดแนวราบ

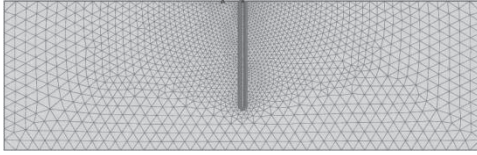
H และ M คือแรงแนวราบวิบัติและโมเมนต์วิบัติของหน้าตัดแนวตั้ง



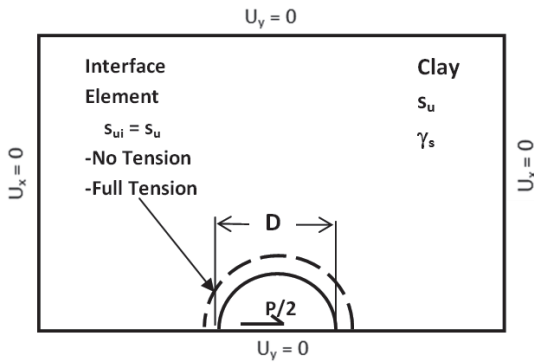
รูปที่ 1 แบบจำลองเสาเข็มหน้าตัดแนวตั้ง



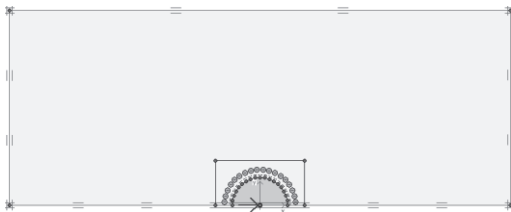
รูปที่ 2 แบบจำลองเสาเข็มหน้าตัดแนวตั้งด้วยโปรแกรม Plaxis



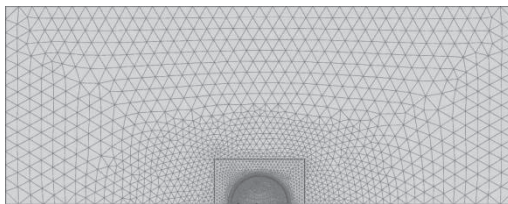
รูปที่ 3 โครงข่ายไฟไนต์อิเลเมนต์ของแบบจำลองเสาเข็มหน้าตัดแนวตั้ง



รูปที่ 4 แบบจำลองเสาเข็มหน้าตัดแนวราบ



รูปที่ 5 แบบจำลองเสาเข็มหน้าตัดแนวราบด้วยโปรแกรม Plaxis



รูปที่ 6 โครงข่ายไฟไนต์อิเลเมนต์ของแบบจำลองเสาเข็มหน้าตัดแนวราบ

#### 4. ผลการวิเคราะห์

##### 4.1 ผลการวิเคราะห์ของเสาเข็มหน้าตัดแนวตั้ง

ผลการวิเคราะห์เสาเข็มหน้าตัดแนวตั้งด้วยวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์ทั้งสองกรณีคือ No Tension และ Full Tension แสดงให้เห็นว่าตัวแปรไร้มิติ  $\gamma_s/\gamma_s = 1.2 - 1.6$  และ  $L/D = 40 - 80$  มีผลต่อแรงวิบัติของทั้งสองกรณี น้อยมาก ดังนั้นตัวแปรไร้มิติที่มีผลต่อแรงต้านข้างวิบัติจึงเหลือเพียงตัวเดียวคือ  $\gamma_s L/s_u$  แต่ในกรณี Full Tension พบว่า  $\gamma_s L/s_u$  ไม่มีผลต่อกรณีนี้ จึงทำให้ในกรณีของ Full Tension ค่าแรงต้านข้างวิบัติคงที่ตลอดทุกค่าของ  $\gamma_s L/s_u$  ใดๆ

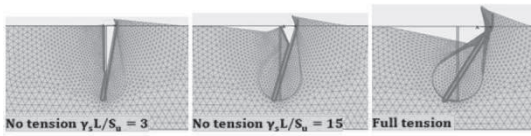
##### 4.1.1 เสาเข็มหน้าตัดแนวตั้งที่รับเฉพาะแรงในแนวราบหรือโมเมนต์อย่างเดียวอย่างหนึ่งเพียงอย่างเดียว

รูปที่ 7-14 แสดงตัวอย่างผลการวิบัติของเสาเข็มในแนวตั้งจากวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์ รูปที่ 7-10 คือรูปของกรณีที่เสาเข็มรับเฉพาะแรงในแนวราบเพียงแรงอย่างเดียว และรูปที่ 11-14 คือรูปของกรณีที่เสาเข็มรับเฉพาะโมเมนต์เพียงอย่างเดียว ผลการวิบัติประกอบด้วย Deformed Mesh, Total Increment Vector, Incremental Shear Strain Contour และ Plastic Point เปรียบเทียบระหว่าง 3 กรณีคือ กรณี No Tension ที่มี  $\gamma_s L/s_u = 3$  และ  $\gamma_s L/s_u = 15$  ส่วนกรณีสุดท้ายคือกรณี Full Tension ( $\gamma_s L/s_u$  ไม่มีผล)

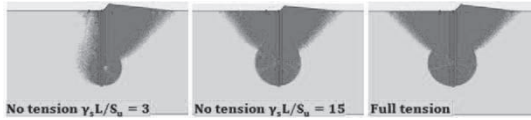
จากการเปรียบเทียบผลการวิบัติพบว่า เสาเข็มจะหมุนบริเวณช่วงล่างสำหรับเสาเข็มที่รับเฉพาะแรงในแนวราบ และหมุนบริเวณช่วงกลางสำหรับเสาเข็มที่รับเฉพาะโมเมนต์โดยปราศจากการไถลตัวของเสาเข็ม บริเวณใกล้ผิวดินด้านหน้าของเสาเข็มจะเกิดการยกตัวขึ้นของดิน ซึ่งคล้ายกับสภาพ Passive และบริเวณด้านหลังของเสาเข็มดินจะมีสภาพเป็น Active

สำหรับกรณี No Tension จะเกิดการแยกตัวระหว่างเสาเข็มกับดินที่บริเวณด้านหน้าของเสาเข็มหรือ Passive Zone และเมื่อค่า  $\gamma_s L/s_u$  เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้

การแยกตัวคดน้อยลงและผลการวิบัติคล้ายกับกรณี Full Tension มากขึ้น



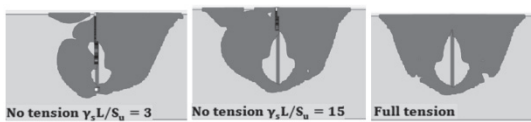
รูปที่ 7 Deformed Mesh ของหน้าตัดแฉกคั้งที่รับ เฉพาะแรงแนวราบ



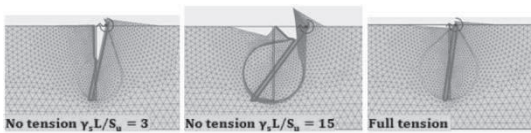
รูปที่ 8 Total Increment Vector ของหน้าตัดแฉกคั้งที่รับ เฉพาะแรงแนวราบ



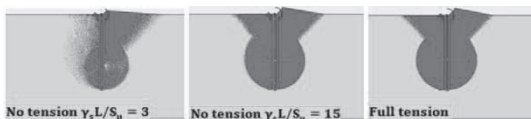
รูปที่ 9 Incremental Shear Strain Contour ของหน้าตัด แฉกคั้งที่รับเฉพาะแรงแนวราบ



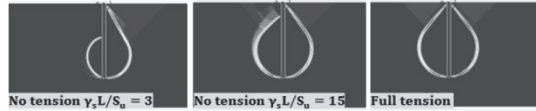
รูปที่ 10 Plastic Point ของหน้าตัดแฉกคั้งที่รับ เฉพาะแรงแนวราบ



รูปที่ 11 Deformed Mesh ของหน้าตัดแฉกคั้งที่รับ เฉพาะโมเมนต์



รูปที่ 12 Total Increment Vector ของหน้าตัดแฉกคั้งที่รับ เฉพาะโมเมนต์



รูปที่ 13 Incremental Shear Strain Contour ของหน้า ตัดแฉกคั้งที่รับเฉพาะ โมเมนต์

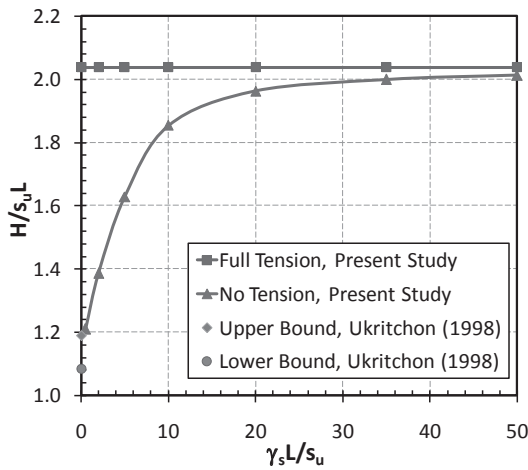


รูปที่ 14 Plastic Point ของหน้าตัดแฉกคั้งที่รับ เฉพาะ โมเมนต์

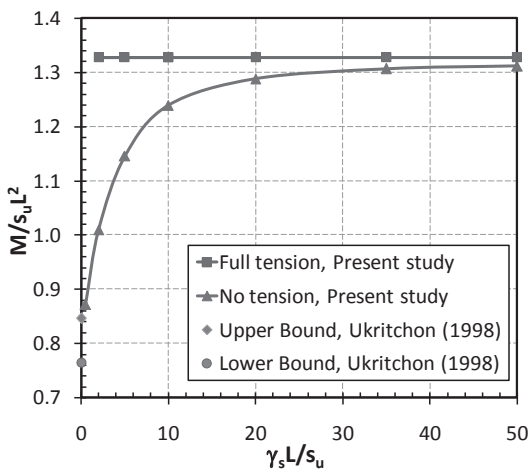
ผลเฉลยแรงวิบัติของเสาเข็มรับเฉพาะแรงใน แนวราบ ( $H/s_u L$ ) แสดงในรูปที่ 15 สำหรับเสาเข็มรับ เฉพาะโมเมนต์ ( $M/s_u L^2$ ) แสดงในรูปที่ 16 โดยเป็นผล เฉลยเสาเข็มหน้าตัดแฉกคั้งในสภาวะระนาบ ความเครียด จากผลการวิเคราะห์พบว่าสำหรับกรณี Full Tension ตัวแปร  $\gamma_s L/s_u$  ไม่มีผลต่อแรงวิบัติ ทำให้ แรงวิบัติมีค่าคงที่ ส่วนกรณี No Tension เมื่อ  $\gamma_s L/s_u$  เพิ่มขึ้นจะทำให้แรงวิบัติเพิ่มขึ้นเรื่อยๆจนเข้าใกล้ ค่าคงที่ของกรณี Full Tension

Ukritchon (1998) [9] ได้หาผลเฉลยของ  $H/s_u L$  และ  $M/s_u L^2$  เอาไว้ด้วยวิธี Finite Element Limit Analysis ทั้ง Upper Bound และ Lower Bound โดย Ukritchon (1998) ได้กำหนดให้ดินมีหน่วยน้ำหนักเป็นศูนย์ ( $\gamma_s L/s_u = 0$ ) จึงอาจกล่าวได้ว่าผลเฉลยของ Ukritchon (1998) เป็นค่าที่ต่ำที่สุดที่จะเกิดขึ้นได้สำหรับกรณี No Tension





รูปที่ 15 ผลเฉลยแรงวิบัติของหน้าตัดแนวตั้งที่รับเฉพาะแรงในแนวราบ,  $H/s_u L$



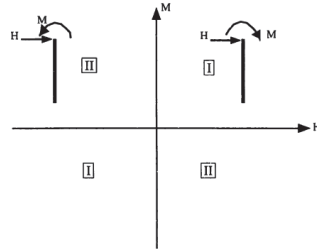
รูปที่ 16 ผลเฉลยแรงวิบัติของหน้าตัดแนวตั้งที่รับเฉพาะโมเมนต์,  $M/s_u L^2$

#### 4.1.2 เสาค้ำหน้าตัดแนวตั้งที่รับแรงแนวราบและโมเมนต์พร้อมกัน

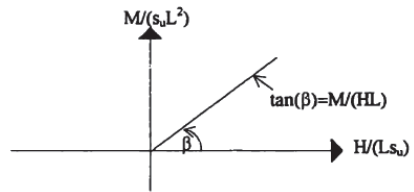
ผลของการวิเคราะห์จะถูกนำเสนอในรูปแบบของกราฟขอบเขตการวิบัติ (Failure Envelope) โดยแบ่งเป็น 2 กรณี กรณีแรกคือแรงในแนวราบและโมเมนต์ดันเสาค้ำไปในทิศทางเดียวกัน (I) อยู่ในควอดรนต์ 1 และ 3 กรณีที่สองคือแรงในแนวราบและโมเมนต์ดัน

เสาค้ำไปในทิศทางที่สวนกัน (II) อยู่ในควอดรนต์ 2 และ 4 ดังรูปที่ 17

กราฟขอบเขตการวิบัติระหว่างตัวแปรไร้มิติของแรงในแนวราบ  $H/s_u L$  และตัวแปรไร้มิติของโมเมนต์  $M/s_u L^2$  โดยมีสัดส่วนโมเมนต์ต่อแรงในแนวราบคือ  $M/HL$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\tan(\beta)$  โดย  $\beta$  คือมุมใดๆเริ่มจากแกนในแนวราบของควอดรนต์ 1 ดังรูปที่ 18



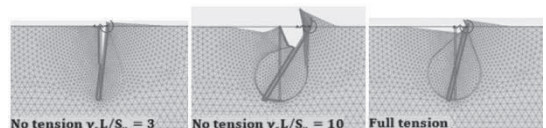
รูปที่ 17 แผนภูมิสำหรับกราฟขอบเขตการวิบัติ (Failure Envelope)



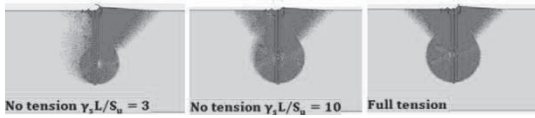
รูปที่ 18 อัตราส่วนโมเมนต์และแรงแนวราบที่กระทำกับเสาค้ำ,  $M/HL$

จากรูปที่ 19 ถึง 22 แสดงตัวอย่างผลการวิบัติของเสาค้ำเปรียบเทียบระหว่าง 3 กรณีคือ กรณี No Tension ที่มี  $\gamma_s L/s_u = 3$  และ  $\gamma_s L/s_u = 10$  ส่วนกรณีสุดท้ายคือกรณี Full Tension ( $\gamma_s L/s_u$  ไม่มีผล)

ลักษณะการวิบัติอยู่ระหว่างกรณีเสาค้ำที่รับเฉพาะโมเมนต์และเสาค้ำที่รับเฉพาะแรงในแนวราบ ทั้งนี้เพราะตัวอย่างมีสัดส่วนโมเมนต์ต่อแรงในแนวราบของตัวอย่างมีค่าเท่ากันคือ  $M/HL = 1$  ( $\beta = 45^\circ$ )



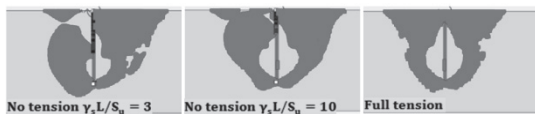
รูปที่ 19 Deformed Mesh ของหน้าตัดแนวคิ่งที่รับ H และ M



รูปที่ 20 Total Increment Vector ของหน้าตัดแนวคิ่งที่รับ H และ M



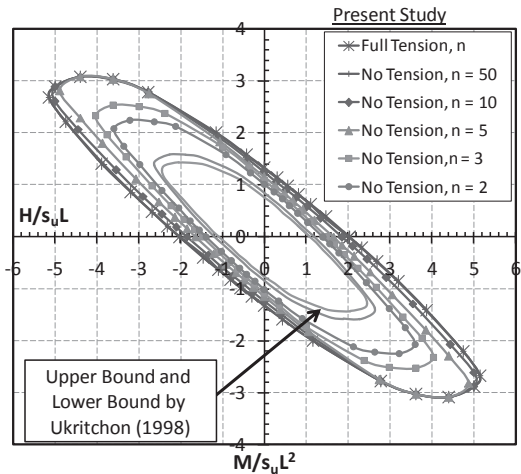
รูปที่ 21 Incremental Shear Strain Contour ของหน้าตัดแนวคิ่งที่รับ H และ M



รูปที่ 22 Plastic Point ของหน้าตัดแนวคิ่งที่รับ H และ M

กำหนดให้ตัวแปร  $n$  ในรูปหมายถึง  $\gamma_s L/s_u$  เส้นนอกสุดคือเส้นขอบเขตการวิบัติในกรณี Full Tension ส่วนเส้นที่เหลือด้านในคือกรณี No Tension และเส้นด้านในสุด 2 เส้นคือผลเฉลยจากงานวิจัยของ Ukritchon (1998) [9] ที่  $\gamma_s L/s_u = 0$

เส้นขอบเขตการวิบัติในรูปที่ 23 ทุกเส้นมีลักษณะคล้ายวงรีที่หมุนไปประมาณ  $3\pi/4$  องศาจากแกนในแนวราบของควอดรนต์ 1 และเป็นวงรีแบบไม่สมมาตร เพราะตรงปลายสุดของวงรีทั้งสองฝั่งเป็นลักษณะที่บิดเบี้ยวคล้ายปลายของใบพัดรูปกึ่งหัน วงรีแต่ละวงจะมีขนาดเพิ่มขึ้นเมื่อค่า  $\gamma_s L/s_u$  ( $n$ ) เพิ่มขึ้น วงรีที่ใหญ่ที่สุดคือวงรีของกรณี Full Tension และวงรีที่เล็กที่สุดคือกรณี No Tension ที่  $\gamma_s L/s_u = 0$

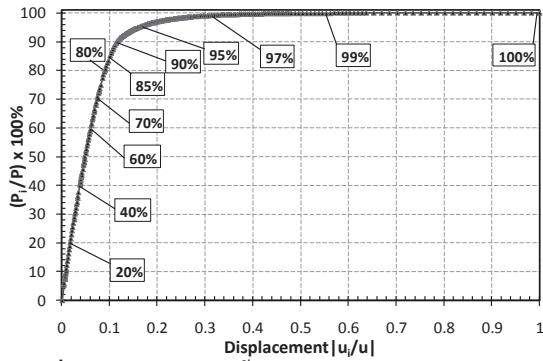


รูปที่ 23 ผลเฉลยกราฟขอบเขตการวิบัติของหน้าตัดแนวคิ่งที่รับ H และ M

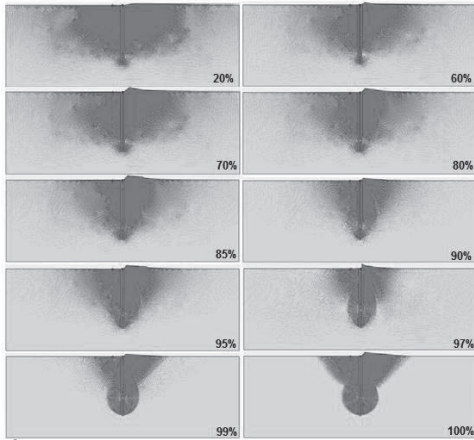
รูปที่ 24 แสดงอัตราการเพิ่มขึ้นของแรงเทียบกับการเคลื่อนที่ โดยแกนในแนวคิ่งแสดงถึงขั้นตอนการเพิ่มขึ้นของแรงดันด้านข้างในอัตราส่วนของแรงดันในขณะนั้น ( $P_t$ ) หารด้วยแรงวิบัติ ( $P$ ) หรือคิดเป็นร้อยละการเพิ่มขึ้นของแรงด้านข้าง  $(P_t/P) \times 100\%$  ตั้งแต่เริ่มต้น (0%) ไปจนถึงสภาพวิบัติ (100%) ซึ่งสัมพันธ์กับอัตราส่วนของ การเคลื่อนตัวในขณะนั้น ( $u_t$ ) หารด้วยการเคลื่อนตัวที่สถานะวิบัติ ( $u$ ) โดยมีตัวแปรไร้มิติคือ  $|u_t/u|$

รูปที่ 25-27 แสดงการพัฒนาการวิบัติ (Progressive Failure) จากสภาพเริ่มต้น (0%) ถึงสภาพวิบัติ (100%) ซึ่งประกอบด้วย Total Increment Vector, Incremental Shear Strain Contour และ Plastic Point ตัวอย่างที่แสดงนี้คือหน้าตัดเสาเข็มแนวคิ่งที่รับเฉพาะแรงดันด้านข้างและมี  $\gamma_s L/s_u = 10$

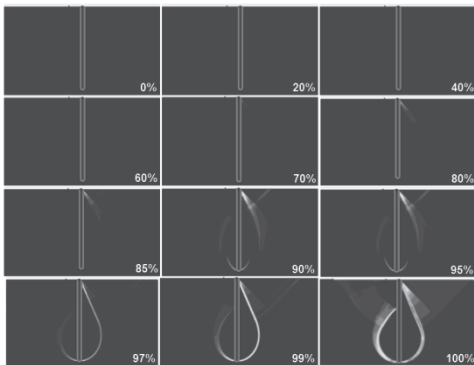




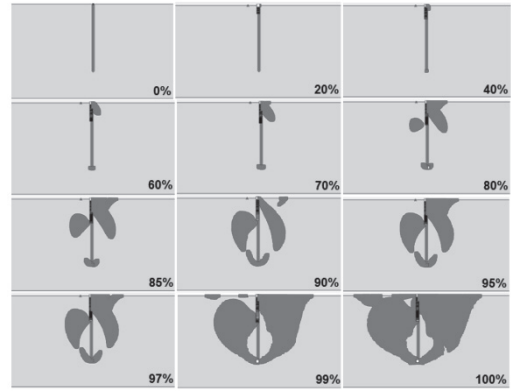
รูปที่ 24 กราฟการเพิ่มขึ้นของอัตราส่วนแรงด้นข้างของหน้าตัดเสาเข็มแนวตั้ง



รูปที่ 25 การเปลี่ยนแปลง Total Increment Vector ของหน้าตัดเสาเข็มแนวตั้ง

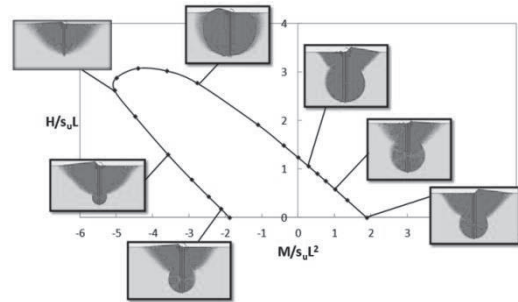


รูปที่ 26 การเปลี่ยนแปลง Incremental Shear Strain Contour ของหน้าตัดเสาเข็มแนวตั้ง



รูปที่ 27 การเปลี่ยนแปลง Plastic Point ของหน้าตัดเสาเข็มแนวตั้ง

รูปที่ 28 แสดงกราฟขอบเขตการวิบัติของเสาเข็มที่รับแรงในแนวราบและโมเมนต์ โดยแสดง Total Increment Vector ของตำแหน่งต่างๆที่  $\beta = 0, 30, 75, 135, 152.5, 160$  และ  $175$  ตัวอย่างที่แสดงคือกราฟขอบเขตการวิบัติของกรณี No Tension ที่มี  $\gamma_s L/s_u = 10$



รูปที่ 28 Total Increment Vector ของตำแหน่งต่างๆบนกราฟขอบเขตการวิบัติ

#### 4.2 ผลการวิเคราะห์ของเสาเข็มหน้าตัดแนวราบ

จากการวิเคราะห์เสาเข็มแนวราบด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ได้กำหนดให้ค่าหน่วยน้ำหนักของเสาเข็มและดินเหนียวเท่ากับศูนย์ทำให้ตัวแปรไร้มิติ  $\gamma_c/\gamma_s$  และ  $\gamma_s L/s_u$  ไม่มีผลต่อเสาเข็มหน้าตัดนี้ นอกจากนั้นการวิเคราะห์เป็นแบบความเครียดบนระนาบ เสาเข็มจึงมีความยาวเป็นอนันต์ ทำให้ตัวแปรไร้มิติของแรงวิบัติ  $P/s_u D$  ไม่พิจารณาผลความยาวของเสาเข็ม ( $L/D$ ) ผลเฉลยจากการวิเคราะห์คือ

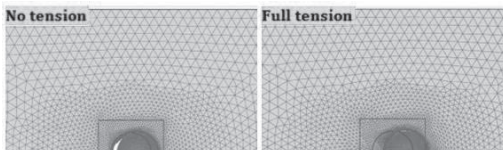
4.2.1 กรณี Full Tension ได้ค่า  $P/s_u D = 11.94$

4.2.2 กรณี No Tension ได้ค่า  $P/s_u D = 11.91$

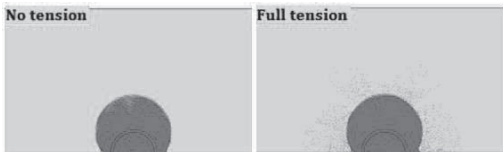
จากผลเฉลยพบว่าทั้งสองกรณีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจจะสรุปได้ว่า สภาพการเชื่อมต่อแบบแรงดึงระหว่างเสาเข็มและดินเหนียว (ทั้งสภาพ Full Tension และ No Tension) ไม่มีผลต่อเสาเข็มหน้าตัดแนวราบ

เมื่อนำผลเฉลยไปเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Randolph and Houlsby (1984) [7] และ Martin and Randolph (2006) [8] จากวิธี Limit Analysis พบว่ามีค่าใกล้เคียงกันมากโดย Randolph and Houlsby (1984) [7] ได้ใช้วิธี Lower Bound หาค่า  $P/s_u D$  ไว้เท่ากับ 11.94 และ Martin and Randolph (2006) [8] ได้ใช้วิธี Upper Bound หาค่า  $P/s_u D$  ไว้เท่ากับ 11.94 เช่นกัน

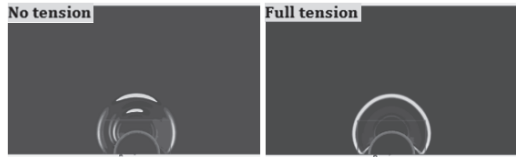
จากรูปที่ 29-32 แสดงตัวอย่างผลการวิบัติของเสาเข็มแนวราบจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลการวิบัติประกอบด้วย Deformed Mesh, Total Increment Vector, Incremental Shear Strain Contour และ Plastic Point เปรียบเทียบระหว่าง 2 กรณีคือ No Tension และ Full Tension จากรูปพบว่าผลของทั้งสองกรณีไม่ต่างกันยกเว้น Plastic Point ที่ต่างกันเล็กน้อย



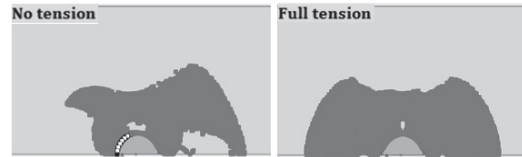
รูปที่ 29 Deformed Mesh ของหน้าตัดแนวราบ



รูปที่ 30 Total Increment Vector ของหน้าตัดแนวราบ



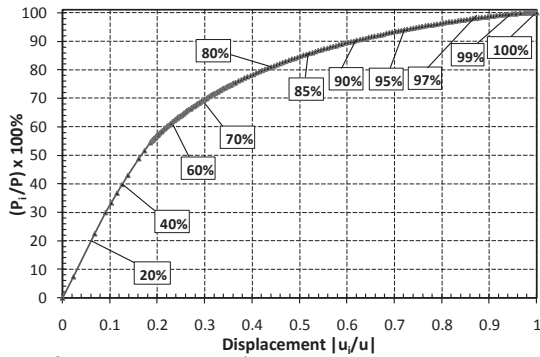
รูปที่ 31 Incremental Shear Strain Contour ของหน้าตัดแนวราบ



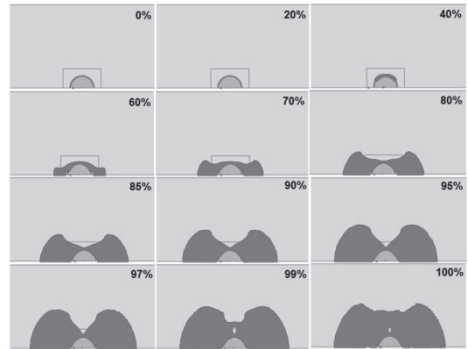
รูปที่ 32 Plastic Point ของหน้าตัดแนวราบ

รูปที่ 33 แกนในแนวตั้งแสดงร้อยละการเพิ่มขึ้นของแรงดันข้าง ( $P_t/P$ ) x 100% หรืออัตราส่วนของแรงขณะนั้น ( $P_t$ ) ต่อด้วยแรงวิบัติ ( $P$ ) ตั้งแต่เริ่มต้น (0%) ไปจนถึงสภาพวิบัติ (100%) ซึ่งสัมพันธ์กับอัตราส่วนของการเคลื่อนตัวในขณะนั้น ( $u_t$ )หารด้วย การเคลื่อนตัวที่สถานะวิบัติ ( $u$ ) โดยมีตัวแปรไร้มิติคือ  $|u_t/u|$

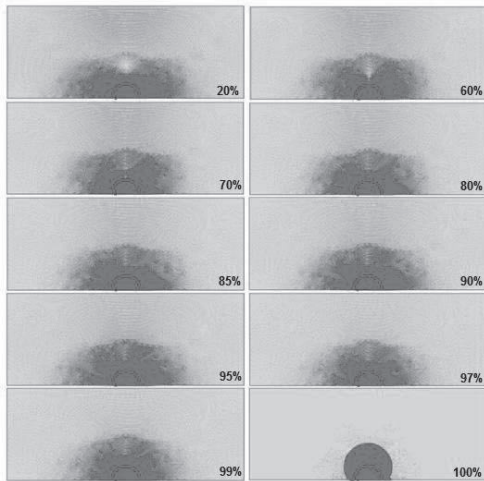
รูปที่ 34-36 แสดงการพัฒนาการวิบัติจากสภาพเริ่มต้น (0%) ถึงสภาพวิบัติ (100%) ซึ่งประกอบด้วย Total Increment Vector, Incremental Shear Strain Contour และ Plastic Point ตัวอย่างที่แสดงนี้คือเสาเข็มในแนวราบกรณี Full Tension อย่างไรก็ตามผลของกรณี Full Tension และ ผลของ กรณี No Tension มีความคล้ายคลึงกัน



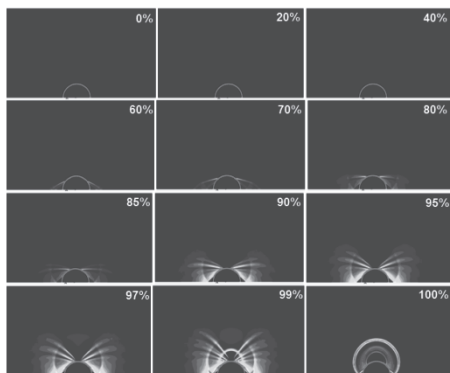
รูปที่ 33 กราฟการเพิ่มขึ้นของอัตราส่วนแรงดัดข้างของหน้าตัดเสาเข็มแนวราบ



รูปที่ 36 การเปลี่ยนแปลง Plastic Point ของหน้าตัดแนวราบ



รูปที่ 34 การเปลี่ยนแปลง Total Increment Vector ของหน้าตัดแนวราบ



รูปที่ 35 การเปลี่ยนแปลง Incremental Shear Strain Contour ของหน้าตัดแนวราบ

## 5. สรุป

งานวิจัยนี้นำเสนอการวิเคราะห์เสาเข็มรับแรงดัดข้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สองมิติแบบความเครียดบนระนาบ โดยแบ่งเสาเข็มรับแรงดัดข้างออกเป็นสองหน้าตัด คือ หน้าตัดแนวตั้ง และหน้าตัดแนวราบ การจำลองหน้าตัดแนวตั้งแสดงการประมาณของกำแพงฝังในดินซึ่งรับแรงดัดข้างและโมเมนต์ที่จุดบนสุด การจำลองหน้าตัดแนวราบแสดงการประมาณของเสาเข็มรูปวงกลมหรือท่อรับแรงดัดข้างที่จุดศูนย์กลาง ชั้นส่วนเชื่อมต่อ (Interface) ระหว่างดินและโครงสร้างถูกจำลองเป็นสองแบบคือ การเชื่อมต่อแบบแรงดึงสมบูรณ์ (Full Tension) และการเชื่อมต่อแบบไม่มีแรงดึง (No Tension) ผลเฉลยแรงบิดของเสาเข็มรับแรงดัดข้างถูกนำเสนอในรูปแบบของตัวแปรไร้มิติของแรง กำลังรับแรงเสียดทานของดินเหนียว และขนาดของเสาเข็ม รวมไปถึงการเปรียบเทียบผลของงานวิจัยนี้และผลการศึกษาในอดีต สำหรับกรณีหน้าตัดแนวตั้ง เส้นขอบเขตการวิบัติ (Failure Envelope) ระหว่างแรงดัดข้างและโมเมนต์ของเสาเข็มรับแรงดัดข้างถูกนำเสนอในงานวิจัยชิ้นนี้เช่นกัน

ผลการวิเคราะห์ของเสาเข็มหน้าตัดแนวตั้งแบ่งออกเป็นเสาเข็มที่รับเฉพาะแรงในแนวราบหรือรับเฉพาะโมเมนต์ และเสาเข็มที่รับรวมทั้งสองแรงจาก

ผลที่ได้พบว่าตัวแปรไร้มิติ  $\gamma_s/\gamma_s$  ในช่วง 1.2-1.6 และ L/D ในช่วง 40-80 มีผลต่อแรงดันด้านข้างวิบัติเล็กน้อย ทำให้เหลือตัวแปรไร้มิติที่มีผลต่อแรงดันด้านข้างเพียงตัวเดียวคือ  $\gamma_s L/s_u$  แต่ในกรณี Full Tension พบว่า  $\gamma_s L/s_u$  ไม่มีผลต่อกรณีนี้ จึงทำให้ในกรณีของ Full Tension มีค่าแรงดันข้างวิบัติคงที่ตลอด  $\gamma_s L/s_u$  ใดๆ นอกเหนือจากนี้ในกรณี No Tension พบว่าเมื่อค่า  $\gamma_s L/s_u$  เพิ่มขึ้นจะมีผลทำให้ค่าแรงวิบัติของเสาเข็ม  $H/s_u L$  และ  $M/s_u L^2$  เพิ่มขึ้นและยังทำให้เส้นวงรีของขอบเขตการวิบัติในเสาเข็มแบบรวมทั้งสองแรงมีขนาดใหญ่ขึ้นด้วย อนึ่ง เนื่องจากผลเฉลยหน้าตัดแนวตั้งมีความสอดคล้องกันระหว่างกราฟขอบเขตการวิบัติของบนความนี้ กับกราฟขอบเขตการวิบัติของ Ukritchon (1998) [9] จึงยืนยันได้ว่าผลเฉลยของหน้าตัดแนวตั้งในบทความนี้ถูกต้อง

ผลการวิเคราะห์ของเสาเข็มหน้าตัดแนวราบพบว่า ทั้งกรณี Full Tension และกรณี No Tension มีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจจะสรุปได้ว่า กรณีทั้งสองไม่มีผลต่อเสาเข็มหน้าตัดแนวราบ เมื่อนำผลเฉลยไปเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Randolph and Houlsby (1984) [7] และ Martin and Randolph (2006) [8] จากวิธี Limit analysis พบว่าผลการศึกษาในบทความนี้มีค่าใกล้เคียงกันผลเฉลยของ Randolph and Houlsby (1984) [7] และ Martin and Randolph (2006) [8] ซึ่งเป็นผลเฉลยถูกต้อง จึงเป็นการยืนยันว่าผลเฉลยของหน้าตัดแนวราบในบทความนี้ถูกต้องเช่นกัน

## 6. เอกสารอ้างอิง

[1] H. Blum. "Wirtschaftliche dalbenformen und deren berechnung". *Bautechnik*, Heft 5, 1932.  
 [2] B.B. Broms. "Design of laterally loaded piles". *Journal of the soil mechanics and foundation*, division 91 (3), pp. 77-99, 1965.  
 [3] B.B. Broms. "Lateral resistance of piles in cohesive soils". *Journal of the soil mechanics and foundation*, division 90 (2), pp. 27-63, 1964.

[4] V. Padmavathi, E. S. Reddy, M. R. Madhav. "Behavior of laterally loaded rigid pile in cohesive soil based on kinematic approach". *Lowland Technology International*, Vol. 10, No. 1, pp. 27-41, June 2008.  
 [5] L. Zhang. "Nonlinear analysis of laterally loaded rigid piles in cohesive soil". *International journal for numerical and analytical method in geomechanics* 2013, No. 37, pp. 201-220, 2011.  
 [6] J. W. Huang. *Development of modified p-y curves for Winkler Analysis to characterize the lateral load behavior of a single pile embedded in improved soft clay*. Thesis (PhD), Iowa State University, USA, 2011.  
 [7] M. F. Randolph, G. T. Houlsby. "The limiting pressure on circular pile loaded laterally in cohesive soil". *Géotechnique* 34, No. 4, pp. 613-623, 1984.  
 [8] C.M. Martin, M. F. Randolph. "Upper-bound analysis of lateral pile capacity in cohesive soil". *Géotechnique* 56, N0. 2, pp. 141-145, 2006.  
 [9] B. Ukritchon. *Application of Numerical limit analyses for Undrained stability problems in clay*. Thesis (PhD), Massachusetts Institute of technology, USA, 1998.  
 [10] A.R. Chaudhry. *Static pile-soil-pile Interaction in Offshore pile groups*. Thesis (PhD), University of Oxford, UK, 1994.  
 [11] Brinkgreve R.B.J., et al. PLAXIS 2D Version 8 Manual. A.A. Balkema Publishers. 2002.  
 [12] Brinkgreve R.B.J. PLAXIS 2D Version 8.5 finite-element code for soil and rock analyses: Complete set of manuals, R. Brinkgreve, ed., Balkema, Rotterdam, The Netherlands. 2007.